

Dimensionnement des disques de turbine de moteur d'hélicoptère

Les disques de turbine des moteurs d'avions et d'hélicoptères sont des pièces tournantes dont le dimensionnement est d'une importance capitale pour l'intégrité du moteur en service. Ils sont soumis à des forces centrifuges considérables et ne doivent pas éclater. Un assemblage complet de turbines de moteur d'hélicoptère est présenté sur la figure 1(a) comprenant la partie froide (compresseur) et la partie chaude du moteur (turbines haute pression en sortie de chambre de combustion). Les spécificités du moteur d'hélicoptère par rapport au moteur d'avion de ligne sont sa taille limitée et des vitesses de rotation des turbines sensiblement plus élevées. Dans ce moteur, on distingue deux familles de disques :

- les **disques alésés** possèdent un alésage (trou) concentrique permettant le passage de l'arbre. Deux exemples sont donnés sur les figures 1(b) et (c).
- les **disques non alésés** sont situés en tête ou fin d'assemblage et ne possèdent pas de trou central (figure 1(d)).

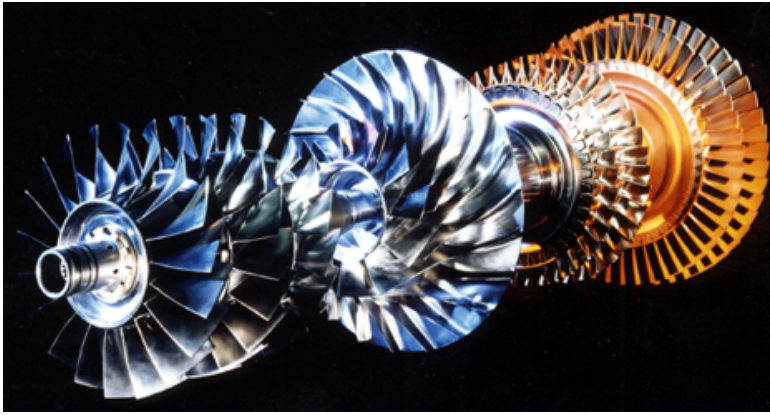
Les disques sont munis d'aubes formant un monobloc (figure 1(b)) ou attachées grâce à des encoches comme sur les figures 1(c) et (d). Les disques non solidaires de l'arbre sont entraînés en rotation grâce à des barres reliant les disques et passant par les trous visibles sur les disques des figures 1(c) et (d).

Le dimensionnement des disques de turbines vise à éviter l'éclatement aux vitesses de rotation souhaitées. **L'objectif de ce problème est d'évaluer les vitesses limites du fonctionnement élastique de disques alésés et non alésés.** Les disques sont en général soumis à des températures élevées. Dans ce problème, on se place dans des conditions isothermes.

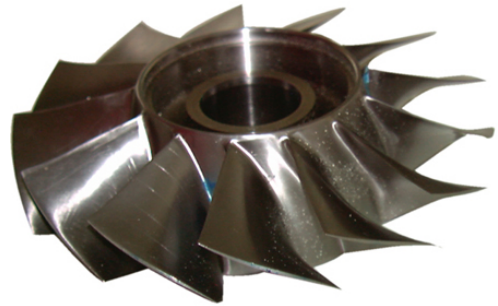
1 Comportement élastique linéarisé d'un disque mince alésé

On va déterminer la réponse élastique linéarisée d'un disque simplifié axisymétrique d'axe \underline{e}_z présentant une section rectangulaire dans le plan (r, z) de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_e comme sur la figure 2. On ne tient donc pas compte des variations d'épaisseur des disques réels. On supposera dans cette partie que le disque est libre d'effort en $r = r_i$ (existence d'un jeu entre l'arbre et le disque). Dans ce problème, l'aubage n'est pas pris en compte pour des raisons de simplicité. Le disque est alors libre d'effort en $r = r_e$. On se restreint au contexte des petites perturbations et au cas des contraintes planes ($\sigma_{zz} = 0$) licite pour un disque suffisamment mince. Le matériau a un comportement élastique isotrope linéarisé. La configuration initiale est supposée correspondre à un état naturel.

Le disque tourne à la vitesse angulaire $\omega \underline{e}_z$ supposée constante (ou variant très lentement). Dans le problème, on va déterminer les composantes des champs de contraintes, de déformations et de déplacements dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , d'origine O , attaché au disque. On travaille donc dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire $\omega \underline{e}_z$.



(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 1 – (a) Vue d'ensemble de l'assemblage de turbines d'un moteur d'hélicoptère . (b) Disque alésé et son aubage (rouet de diamètre : 60 mm sans aubes). (c) Pour comparaison, disque alésé de moteur d'avion dépouillé de ses aubes (turbine haute pression, diamètre : 1000 mm). (d) Disque non alésé et ses aubes (diamètre du disque : 100 mm).

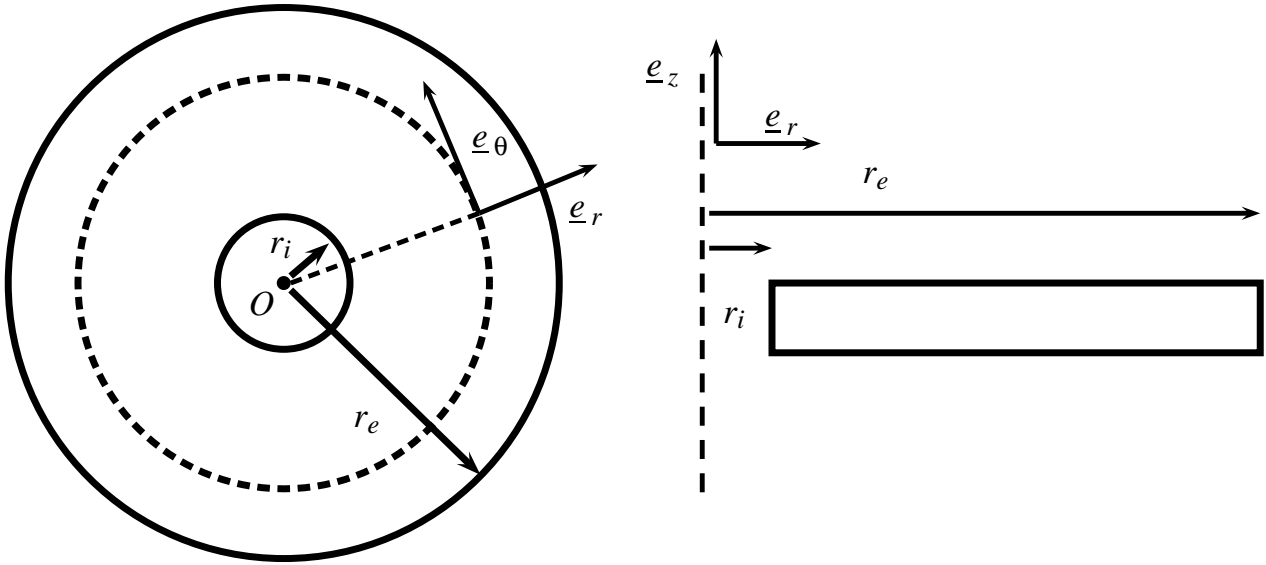


FIG. 2 – Schématisation d'un disque de turbine alésé ; dimensions du disque et introduction des coordonnées cylindriques.

1.1 Efforts centrifuges

Dans le référentiel tournant attaché au disque, les équations d'équilibre s'écrivent

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{\underline{f}} = 0 \quad (1)$$

Montrer que les efforts volumiques induits par la vitesse d'entraînement du disque valent :

$$\rho \underline{\underline{f}} = \rho \omega^2 r \underline{\underline{e}}_r \quad (2)$$

1.2 Forme du tenseur des contraintes

On cherche l'état de contraintes dans le disque sous la forme

$$[\underline{\underline{\sigma}}] = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Le disque simplifié (ainsi que les autres données du problème) étant axisymétrique, les composantes cherchées ne dépendent pas de la variable θ . Dans ce problème, on va voir s'il est possible de trouver une solution pour laquelle les contraintes sont indépendantes de la variable z . Les composantes σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont donc recherchées comme des fonctions de la variable r seulement.

Déduire de (1) une équation portant sur les composantes cherchées du tenseur des contraintes.

1.3 Une condition de compatibilité

En utilisant une équation de compatibilité et les relations d'élasticité linéaire isotrope, établir la relation suivante

$$(1 + \nu)(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = r(\sigma'_{\theta\theta} - \nu\sigma'_{rr}) \quad (4)$$

où σ'_{rr} (resp. $\sigma'_{\theta\theta}$) désigne la dérivée par rapport à r de σ_{rr} (resp. $\sigma_{\theta\theta}$).

1.4 Détermination des contraintes

Intégrer le système des deux équations obtenues et montrer que les contraintes se mettent sous la forme

$$\sigma_{rr} = -\frac{\rho\omega^2 r^2}{8}(3 + \nu) + \frac{A}{r^2} + B \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{\rho\omega^2 r^2}{8}(1 + 3\nu) - \frac{A}{r^2} + B \quad (6)$$

où A et B sont deux constantes d'intégration.

Donner enfin l'expression complète des contraintes en fonction des caractéristiques du disque et des propriétés du matériau.

1.5 Déformations

Les composantes du tenseur des déformations infinitésimales se déduisent des résultats précédents. En donner les expressions complètes.

1.6 Déplacements

Montrer que les résultats précédents permettent de déterminer la composante radiale de déplacement u_r .

Montrer qu'il n'est pas possible de déterminer u_z . On constate donc l'échec de la démarche précédente pour trouver une solution acceptable au problème posé. Quelle hypothèse initiale doit-on remettre en cause ?

Il est possible en fait de trouver une solution acceptable à ce problème, au moins au sens de Saint-Venant. Cette solution, qui sort du cadre de ce problème, est plus complexe. Elle est illustrée par la figure 3. Commenter la déformée du disque vis-à-vis des résultats précédents.

Cependant, il s'avère que les expressions des contraintes et déformations proposées aux paragraphes précédents représentent fidèlement certains aspects de la solution véritable. C'est pourquoi on propose de continuer à travailler avec ces expressions que l'on appellera dans la suite "expressions simplifiées". Pour cela, indiquer un argument qui incite à retenir l'expression suivante de u_z :

$$u_z = \frac{\nu}{E} \frac{\rho\omega^2 r^2}{4} z \left(2(1 + \nu) - (3 + \nu) \frac{r_i^2 + r_e^2}{r^2} \right) \quad (7)$$

Dans la suite du problème on travaille avec les expressions simplifiées des contraintes, déformations et déplacements ainsi déterminées.

1.7 Contexte infinitésimal

Le contexte des petites perturbations qui a présidé aux développements précédents exige en particulier que les déformations restent infinitésimales. Préciser les conditions correspondantes, en fonction de la vitesse de rotation et des caractéristiques du disque. On ne cherchera pas dans ce problème à analyser les conditions associées au caractère infinitésimal des rotations.

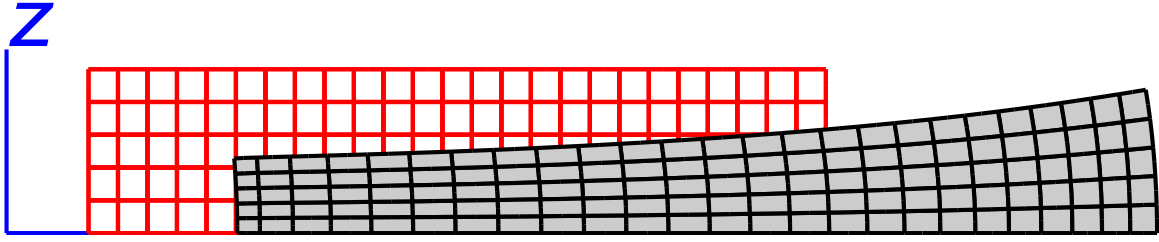


FIG. 3 – Disque “mince” alésé en rotation : état initial et un état déformé (en grisé). L’épaisseur du disque initial et les déformations ont été exagérées pour l’illustration.

1.8 Contact avec le carter

Il existe un jeu initial entre l’extrémité des aubes et le carter du moteur. En service, un contact entre les aubes et un matériau abrasable tapissant le carter est possible en raison des déformations du disque et des aubes. Ce léger contact garantit l’étanchéité de l’écoulement des gaz. L’augmentation du rayon du disque ne doit toutefois pas dépasser une valeur critique e sous peine d’un arrêt de fonctionnement du disque. Indiquer le jeu minimal e autorisé en fonction de la vitesse de rotation en service.

2 Critères de plasticité et de rupture

On cherche ici les limites de fonctionnement du disque dans le régime élastique. Une vitesse de rotation critique est ainsi déterminée en fonction des caractéristiques du disque.

2.1 Seuil de plasticité et vitesse critique pour le disque mince alésé

On utilise le critère de Tresca pour rendre compte du développement de déformations plastiques au sein du disque. On note σ_0 la limite d’élasticité du matériau en traction. La fonction critère s’écrit

$$f(\underline{\sigma}) = \max_{(\sigma_i, \sigma_j)} (\sigma_i - \sigma_j) - \sigma_0$$

où les σ_i désignent les contraintes principales. Le comportement du matériau reste purement élastique tant que

$$f(\underline{\sigma}) < 0$$

Tracer (qualitativement) les profils de contraintes σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ obtenues au paragraphe 1.4. On se placera dans la situation $\nu > 0$ pertinente pour les classes de matériaux envisageables dans ce genre d’applications.

Indiquer en quel point du disque l’écoulement plastique va commencer.

Donner la vitesse de rotation ω_e correspondante, associée à l’apparition possible de la plasticité.

Remarquer que la vitesse critique ne dépend pas du module de Young du matériau.

2.2 Vitesse critique pour un disque en superalliage à base de nickel

Evaluer numériquement la vitesse critique ω_e dans le cas d'un disque en superalliage à base de nickel de limite d'élasticité $\sigma_0 = 1000$ MPa. Les superalliages à base de nickel doivent leur nom à leur forte limite d'élasticité, même pour des hautes températures. On prendra les dimensions typiques :

$$r_i = 10 \text{ mm}, \quad r_e = 50 \text{ mm}$$

On donnera l'estimation trouvée en nombre de tours par minute.

2.3 Rupture brutale

Utiliser un critère de rupture fragile et déterminer la vitesse limite correspondante.

3 Cas où le rayon de l'alésage est très faible

On envisage le cas de disques alésés pour lesquels r_i/r_e est très faible. Le passage à la limite $r_i \rightarrow 0$ dans les résultats précédents doit être effectué avec précaution.

3.1 Passage à la limite en un point $0 < r \leq r_e$

En considérant les contraintes déterminées au paragraphe 1.4, calculer les deux limites suivantes, lorsque l'on fait tendre r_i vers 0, en un point r donné du disque tel que $0 < r \leq r_e$, et fixé indépendamment de r_i :

$$\lim_{r_i \rightarrow 0} \sigma_{rr}(r)$$
$$\lim_{r_i \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta}(r)$$

Tracer les profils de contraintes obtenues à la limite.

3.2 Passage à la limite en $r = r_i$

Déterminer cette fois la limite de la valeur des contraintes en $r = r_i$ lorsque r_i tend vers 0 :

$$\lim_{r_i \rightarrow 0} \sigma_{rr}(r_i)$$
$$\lim_{r_i \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta}(r_i)$$

Ajouter les points obtenus sur le tracé précédent.

Donner alors la vitesse limite de fonctionnement élastique d'un disque en rotation percé d'un trou central de rayon infinitésimal. Vérifier la cohérence du résultat avec l'expression ω_e trouvée au paragraphe (2.1) dans le cas général.

4 Comportement élastique linéarisé d'un disque mince non alésé

Des expressions simplifiées des contraintes et déformations régnant dans un disque mince non alésé peuvent être établies en suivant une démarche similaire à celle mise en œuvre dans la situation précédente. On peut vérifier que ces expressions simplifiées coïncident avec l'état limite $r_i \rightarrow 0$ déterminé au paragraphe 3.1, à condition toutefois de prolonger par continuité cette fonction en $r = 0$.

En déduire la vitesse limite de fonctionnement élastique du disque mince non alésé en rotation. Qu'en concluez-vous sur la résistance relative des disques alésé et non alésé ?

* * *