

Etude élastoplastique d'un assemblage vissé



Fig 1 : Vue globale de la vis testée

1 Etude de la géométrie et des principales caractéristiques

La vis de la figure 1 a été testée sur banc Christensen chez Renault. Cette installation permet de mesurer en continu le couple et la force appliqués sur la vis en fonction du nombre de tours effectué. Il s'agit d'une vis pour culasse en acier haute résistance, de classe 8.8. Son diamètre D est de 12 mm, le pas h (distance entre deux filets consécutifs) est de 1,5 mm. La longueur de vis entre la tête et le premier filet engagé dans le pas de vis, L , est de 95 mm.

1.1 Recherches sur le fonctionnement de la liaison

1. En s'aidant de la littérature, et/ou, par, exemple, des sites internet [1, 7, 2, 6], ou encore [4, 8], expliquer le fonctionnement d'une liaison vissée, en répondant en particulier aux questions suivantes :

- en fonctionnement normal, quel mode de chargement est dominant sur un boulon (traction ou torsion) ?
- dans le couple appliqué pour visser un boulon, quelle est l'ordre de grandeur de la fraction qui sert à vaincre les frottements ?
- décrire la loi de frottement utilisée, et donner quelques valeurs typiques du coefficient de frottement à introduire en fonction de l'état de lubrification ;

- que signifie le sigle "classe 8.8", et quelles sont les propriétés mécaniques minimales d'un boulon de cette classe ?

2. La règle dite de *Kellerman et Klein* est une règle semi-empirique qui relie le couple de torsion total C_T à appliquer sur la clé pour effectuer le serrage et la force axiale F :

$$C_T = \left(\frac{h}{2\pi} + 1.166R_t\mu_t + R_h\mu_h \right) F \quad (1)$$

Dans l'équation précédente :

- le terme $\frac{Fh}{2\pi}$ est la *couple utile*, indépendant du coefficient de frottement, et généré par l'inclinaison des filets ;
- le terme $1.166R_t\mu_t F$ décrit l'effet du frottement dans les filets ; il dépend du coefficient de frottement dans les filets μ_t , et du «rayon équivalent de frottement», $R_t = \frac{1}{2}(D - 0,6495h)$;
- le terme $R_h\mu_h F$ décrit l'effet du frottement sous la tête ; il dépend du coefficient de frottement μ_h et du rayon équivalent de frottement sous tête, R_h , fonction bien entendu de la taille de la tête.

Le couple de torsion C réellement exercé sur le corps du boulon ne fait pas intervenir les frottements sous la tête, il s'exprime simplement :

$$C = \left(\frac{h}{2\pi} + 1.166R_t\mu_t \right) F = kF \quad (2)$$

On note par ailleurs que le rayon moyen habituellement retenu pour effectuer les intégrales de surface (force, moment) vaut :

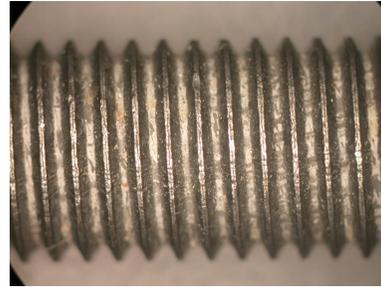
$$R_s = \frac{1}{2}(D - 0,9382h) \quad (3)$$

Sans chercher à discuter ces aspects technologiques, liés à la forme précise des filets, justifier la forme des équations et l'ordre de grandeur des variables définies ci-dessus.

1.2 Géométrie du boulon



Avant déformation



Après déformation

Fig 2 : Photo d'une vis avant et après essai → [Télécharger](#)

En utilisant les planches de la figure ci-dessus, qui montrent une vis avant et après essai :

- déterminer les différentes caractéristiques géométriques de la vis avant essai ;
- en déduire les valeurs que vous choisirez pour les différents rayons R_s et R_h définis précédemment ;
- mesurer le pas de la vis, avant et après essai ; en déduire la valeur de la déformation plastique subie par la vis pendant l'essai ;
- déterminer la forme du pas de vis (angle au sommet notamment) ; en déduire, par un calcul approché prenant en compte la section du boulon et la surface des filets susceptible d'être cisailée en cas de chargement excessif, le nombre de filets qui peuvent entrer en plasticité. Le nombre trouvé est faible : il est bien connu des spécialistes que seuls les tous premiers filets d'un filetage «travaillent».

1.3 Première analyse des résultats mécaniques

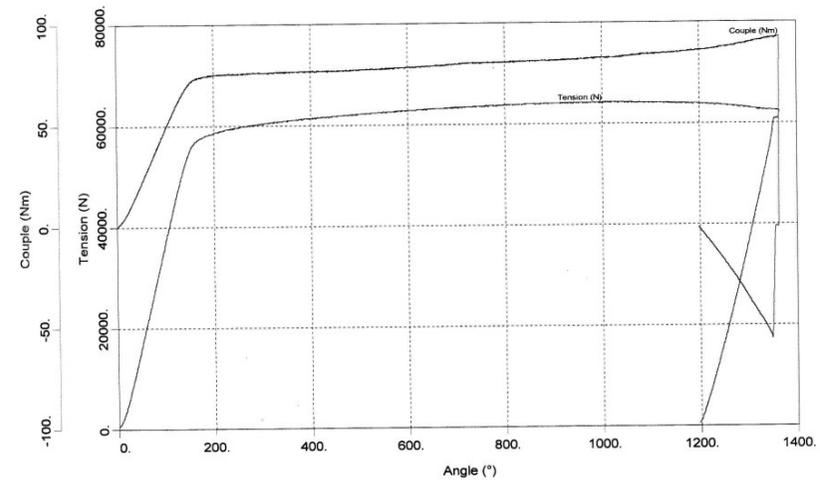


Fig 3 : Evolution de la force et du couple en fonction de l'angle de rotation → [Télécharger les valeurs numériques](#)

La figure 3 montre les courbes de force et de couple obtenues à partir de la mise en contact. On observe que les deux courbes présentent d'abord une portion linéaire, qui correspond au comportement élastique du matériau, puis une partie non linéaire. Les deux courbes tendent à adopter un comportement asymptotique, ce qui indique que la charge limite est atteinte. L'essai correspondant a été mené jusqu'à rupture, ce qui n'est évidemment pas le cas du boulon présenté sur les photos. Ce dernier a été arrêté juste avant rupture, au moment où la perte de résistance devenait apparente.

Pour la suite, on utilisera les résultats du fichier offert au téléchargement, dans lequel on a effectué une légère correction de zéro, pour prendre en compte la mise en place du système. On notera Φ l'angle de rotation de la tête de l'éprouvette, qui figure en abscisse de la courbe de la figure 1.3 ; il ne faut bien sûr pas le confondre avec la *torsion* du boulon provoquée par le couple C , que l'on caractérisera par un angle β .

1. Compter le nombre de tours effectués entre la mise en place et la rupture et en déduire une évaluation de la déformation axiale de la vis. Est-elle cohérente avec la valeur mesurée dans le paragraphe précédent ?

2. En reprenant les résultats de l'exercice sur la torsion d'un cylindre, calculer les rigidités en traction et en torsion du corps de la vis (longueur L , rayon R_s , module de Young $E=200$ GPa, coefficient de Poisson $\nu=0,3$).

3. Montrer que, si on suppose que l'allongement de l'éprouvette est proportionnel à Φ (soit $\Phi h/2\pi$), on ne représente pas correctement la montée en charge pour la courbe $F-\Phi$. Cela est dû au fait que la machine d'essai n'est pas infiniment rigide : le déplacement relatif machine-vis est donc accommodé en partie par la vis et en partie par la machine. On supposera que la réponse de la machine est élastique, de raideur R_M : pour une force axiale F , sa contribution au déplacement est donc F/R_M . Calculer R_M , en supposant que la valeur trouvée pour la raideur du boulon est exacte.

4. Tracer la courbe qui donne l'évolution du couple en fonction de la force. On observe qu'elle est bien évidemment linéaire dans la partie élastique, et qu'elle est assez peu perturbée durant l'écoulement plastique. Indiquez la raison de ce comportement de l'assemblage. Mesurer la pente de la courbe, k , et en déduire la valeur du coefficient de frottement dans les filets μ_t , en utilisant la formule 2.

5. En prenant comme caractéristiques mécaniques les valeurs minimales prévues par la norme pour un boulon de classe 8.8, donner un majorant de la force axiale que peut transmettre la vis. C'est cette force axiale qui est intéressante dans l'assemblage, puisque c'est elle qui assure le maintien, voire l'étanchéité de l'assemblage. Indiquer qualitativement, à la lumière du résultat final de l'exercice sur la torsion d'un cylindre, pourquoi la force effectivement disponible va *diminuer* si le coefficient de frottement dans les filets augmente.

6. Il existe deux façons de contrôler le serrage d'un assemblage, en couple, ou en angle. La première méthode est employée lorsqu'on ne cherche pas à charger au maximum, le matériau va donc rester dans le domaine d'élasticité, la seconde est nécessairement employée lorsqu'on plastifie la vis. Expliquer les raisons de ce choix.

7. Examiner le contenu des programmes commerciaux permettant de définir le serrage idéal en fonction des différentes caractéristiques de l'assemblage ([3, 5]). Télécharger par exemple le programme [Torque](#) et discuter les résultats correspondant à la présente application.

2 Modélisation numérique

On cherche à construire un (tout) petit code qui puisse simuler l'ensemble du chargement, en tenant compte de l'écoulement plastique. On s'intéresse donc maintenant au comportement non linéaire local, qui dépend du rayon. On va d'abord mieux cerner le problème en élasticité, puis spécifier le code en non linéaire. Les variables caractérisant le chargement sont l'angle β précédemment défini, l'allongement δ de la vis, la force axiale sur la vis, F , et le couple sur la vis, C .

2.1 Equations locales

1. En élasticité, montrer que :

$$\frac{\beta}{\delta} = \frac{4k(1+\nu)}{R_s^2} \quad (4)$$

Faire l'application numérique pour le cas étudié ici.

2. Toujours en élasticité, la contrainte axiale σ_{zz} est uniforme dans la section, et la contrainte de cisaillement $\sigma_{\theta z}$ est proportionnelle au rayon. Montrer que la valeur maximale du rapport $\sigma_{\theta z}/\sigma_{zz}$ est obtenue en périphérie du corps de la vis, et que :

$$\frac{\sigma_{\theta z}}{\sigma_{zz}} = \frac{2k}{R_s} \quad (5)$$

Faire l'application numérique pour le cas étudié ici. Justifier le fait qu'il est préférable d'avoir le moins de frottement possible dans les filets.

3. On suppose que le matériau de la vis est élastique et viscoplastique, à écrouissage isotrope. Comme on le verra plus loin, le caractère

viscoplastique n'est introduit que par commodité algorithmique ; les valeurs des paramètres matériaux caractérisant la viscosité seront choisis de manière telle que l'effet du temps sur l'écoulement reste négligeable. La loi de comportement s'écrit donc :

$$f(\underline{\sigma}, R) = J(\underline{\sigma}) - R = 0 \quad \text{avec } J(\underline{\sigma}) = \sqrt{\underline{\mathbf{s}} : \underline{\mathbf{s}}} \quad \underline{\mathbf{s}} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} \text{trace} \underline{\sigma} \mathbf{I} \quad (6)$$

$$\dot{\underline{\epsilon}}^p = \dot{p} \underline{\mathbf{n}} \quad \dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^n \quad (7)$$

$$R = \sigma_y + (\sigma_u - \sigma_y)(1 - \exp -bp) \quad (8)$$

$$(9)$$

Si on néglige la part visqueuse, la courbe de traction est donc représentée par :

$$\sigma = R = \sigma_y + (\sigma_u - \sigma_y)(1 - \exp -bp) \quad (10)$$

Le coefficient σ_y désigne la limite d'élasticité initiale alors que σ_u désigne la contrainte ultime, et b la «vitesse» de la courbe pour rejoindre l'asymptote.

En s'inspirant de l'exercice sur la torsion d'un cylindre, écrire les relations qui relient les vitesses de déformation totale et les vitesses de contrainte selon les composantes 11 et 12 avec la vitesse de déformation équivalente \dot{p} .

2.2 Equilibre global et méthode de résolution

Le traitement du problème nécessite simplement une discrétisation uniaxiale selon un rayon, dans la mesure où la solution ne dépend ni de z ni de θ . On va conserver les deux hypothèses cinématiques fondamentales du problème, à savoir que δ est le même pour tous les points du rayon, et que le rayon reste droit, si bien que, pour tout point r :

$$\epsilon_{zz}(r) = \frac{\delta}{L} \quad \epsilon_{\theta z}(r) = \frac{\beta r}{2L} \quad (11)$$

Indiquer l'approximation effectuée lorsqu'on ne considère que ces deux composantes (penser par exemple à ce qui se passe selon 22).

L'une des variables de pilotage est δ . On va étudier l'influence du choix de la seconde variable de pilotage.

1. Le plus simple est d'imposer à la fois le déplacement axial et l'angle. Ce faisant, le plus naturel est de considérer que le rapport β/δ obtenu en élastique reste valide durant l'écoulement plastique. Les trois variables à intégrer par l'algorithme numérique seront donc les deux déformations élastiques ϵ_{11} et ϵ_{12} , et la déformation plastique cumulée p . Si on suppose que ces trois quantités sont connues à l'instant t , on peut calculer les contraintes σ_{11} et σ_{12} à l'instant t , d'où on déduit \dot{p} , puis, au travers des équations écrites en fin de section précédente, les valeurs de $\dot{\epsilon}_{11}^p$ et $\dot{\epsilon}_{12}^p$. Force et couple sont obtenus par une somme sur le nombre d'éléments $Nelem$ dans le découpage (avec $\Delta r = R_s/Nelem$) :

$$F = 2\pi \sum_{n=1}^{Nelem} \sigma_{11} r \Delta r \quad C = 2\pi \sum_{n=1}^{Nelem} \sigma_{12} r^2 \Delta r \quad (12)$$

En se reportant à la [feuille de calcul](#) suivante, effectuer quelques simulations avec des valeurs raisonnables des paramètres géométriques et des paramètres matériau. Donner le meilleur résultat obtenu. Que se passe-t-il lorsque qu'on sort du domaine d'élasticité ? En déduire que ce type d'«asservissement» n'est pas le bon.

2. Il faut donc imposer à la fois le déplacement axial et le couple, qui doit rester proportionnel à la force axiale. Le problème n'a donc pas de solution directe, dans la mesure où, dans l'algorithme précédent, la force n'est connue qu'en fin d'incrément. En écrivant maintenant que les vitesses de force axiale et de couple s'expriment :

$$\dot{F} = \int \dot{\sigma}_{11} dS = E \int (\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{11}^p) dS \quad (13)$$

$$\dot{C} = \int r \dot{\sigma}_{12} dS = \frac{E}{1+\nu} \int r (\dot{\epsilon}_{12} - \dot{\epsilon}_{12}^p) dS \quad (14)$$

$$(15)$$

proposer une méthode itérative pour imposer un chemin respectant le rapport $\dot{C}/\dot{F} = k$. La [feuille de calcul](#) permet d'effectuer des calculs dans ces conditions, en entrant «2» dans la case définissant le type de contrôle.

Effectuer de nouveau une identification. On obtient cette fois-ci une bonne représentation des deux courbes avec des valeurs tout à fait plausible du comportement matériau.

Références

- [1] <http://restorefour.free.fr/f/serrage.htm>.
- [2] <http://www.boltscience.com/>.
- [3] <http://www.boltscience.com/pages/torque.htm>.
- [4] <http://www.ce.gatech.edu/sac/images/photos/photos.html>.
- [5] http://www.cetim.fr/domino/html/internet/cetim_anglais.nsf/cobra?OpenPage.
- [6] <http://www.mdmetric.com/tech/tech4/1.htm>.
- [7] <http://www.netvia.com/utn>.
- [8] <http://www.ville-clermont-ferrand.fr/devel/recherche/Jeune%20Chercheur/2000/drean.htm>.

ELASTOPLASTIC COMPUTATION OF THREADED FASTENERS

Use consistent unit system, e.g. : N, mm, MPa

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|---------------|-----------|--|------------------------------------|-----------------|-----|
| • Geometry | | | | • Elastic properties | | |
| equiv diameter D_s | length L | pitch h | | Young modulus | Poisson's ratio | |
| • Equivalent diameters for friction | | | | • Plastic properties | | |
| thread, D_t | head, D_h | | | σ_y | σ_u | b |
| • Friction coefficient | | | | • Loading : rotation angle | | |
| thread, μ_t | head, μ_h | | | of the head ¹ (degree) | | |
| • Machine/component | | | | • Computation control ² | | |
| stiffness | | | | (0=angle, 1=couple) | | |

Reset Go

¹ A good limit is 720 ; larger values produce too much plasticity, so that the code is no longer valid, due to geometry changes and evolution of the friction coefficients

² For a realistic computation, use 1

[Direct access to computation sheet](#)